

25)

ELEMENTI
DI CRISTALLOGRAFIA

ESPOSTI

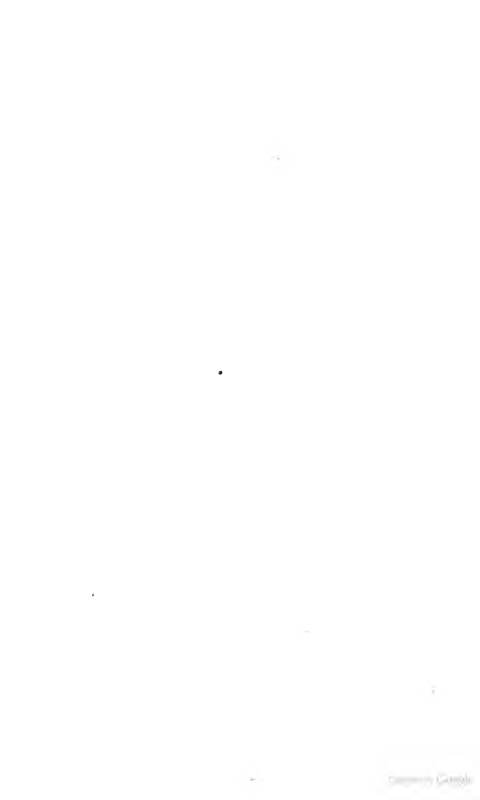
DA

GUGLIELMO GUISCARDI

NAPOLI

STAMPERIA DEL FIBRENO

1851



Le importanti ricerche di tanti chiari cristallografi sulle forme cristalline dei prodotti chimici, il voto di Berzelius perchè fossero studiate, mostrano all'evidenza di quanto interesse per la chimica siano le cognizioni cristallografiche. Col divisamento di agevolare ai chimici lo studio della Cristallografia, mancando noi di un trattato elementare di essa scritto nella nostra lingua, pubblichiamo questo nostro opuscolo. Il quale saremo contenti se, corrispondendo allo scopo, varrà a meritarcì la loro benevolenza.

LE forme poliedriche che i corpi inorganizzati, siano naturali siano artificiali, presentano, sono soggette a leggi invariabili per le quali rimangono così determinate che non si può studiarle senza diletto e stupore insieme. Paragonate alle gemme, delle quali l'artefice in varie fogge moltiplica le facce per accrescerne la bellezza e 'l pregio, furono dal nostro Ferrante Imperato dette *ingemmamenti*: il nome però che la scienza ha loro assegnato, è *cristalli*.

Per cristallo adunque intendiamo un *poliedro terminato da un certo numero di piani simmetricamente disposti intorno ad un centro*. L'ottaedro del geometra è pel cristallografo un cristallo terminato da otto triangoli equilateri, nel quale la simmetria di questi triangoli è determinata dalla legge, che i loro vertici siano tutti egualmente distanti da un punto centrale per la metà della retta che congiunge due angoli opposti del cristallo.

Elementi dei cristalli. I piani che terminano i cristalli si chiamano *facce*; lo *spigolo* è la retta nella quale s'incontrano due facce non poste in un piano; l'inclinazione di due piani che producono lo spigolo diremo *angolo diedro*, misura del quale è l'angolo che fanno fra loro le perpendi-

colari condotte in ciascun piano ad uno stesso punto dello spigolo. Gli *angoli* ovvero *angoli solidi* sono formati da tre o più angoli piani e da altri tanti spigoli che si uniscono in un punto.

Nei cristalli debbono considerarsi. 1.° La forma e 'l numero delle facce, le quali si dicono *della stessa specie* quando sono simili e similmente poste; in contrario si dicono *di specie diversa*. 2.° Gli spigoli per la loro posizione e lunghezza: essendo egualmente lunghi e similmente posti si dicono *simili* o *della stessa specie*; e *dissimili* o *di specie diversa* quando non hanno tal condizione. 3.° Gli angoli diedri che corrispondono agli spigoli, angoli ch' essendo dello stesso numero di gradi e minuti si dicono *eguali* o *della stessa specie*; quando non lo sono si appellano *inequali* o *di specie diversa*. 4.° Finalmente gli angoli, i quali si denominano, dal numero degli angoli piani che li compongono, *triedri*, *tetraedri*, *esaedri*, ovvero a tre, a quattro, a sei facce ecc. Per la disposizione degli spigoli e pel diverso valore degli angoli diedri, gli angoli si distinguono in *regolari*, *simmetrici*, ed *irregolari*. Sono *regolari* quando gli angoli diedri sono tutti eguali; sono *simmetrici*, quando gli angoli diedri sono a due a due eguali, ed alternamente disposti; per modo che gli angoli diedri della stessa specie possono essere divisi in due parti eguali da un piano che passa per i corrispondenti spigoli; ed *irregolari* sono, quando gli angoli diedri o sono tutti inequali, o essendovene eguali non sono alternamente disposti, onde non si possono dividere come i precedenti. Gli angoli poi si dicono *simili* o *della stessa specie* quando sono formati dallo stesso numero di angoli piani della stessa specie.

Distinzione delle forme cristalline. Si possono dividere in due grandi classi; in una si comprendono quelle terminate da facce tutte simili, e le diremo *forme semplici*;

nell'altra sono comprese le forme terminate da facce non tutte della stessa specie, sebbene ciascuna ne abbia sempre un'altra almeno simile; le chiameremo *forme composte*. *

Nei cristalli che hanno diverse specie di spigoli, di angoli diedri, e di angoli, questi si dividono in *culminanti* o *terminali*, ed in *orizzontali* o *lateral*i. Data al cristallo una posizione determinata, gli angoli e gli spigoli che si trovano in alto e in basso sono i terminali, gli altri sono i laterali.

Modificazioni dei cristalli. Nei cristalli vi è d'ordinario una forma più delle altre sviluppata; le facce di questa si dicono *dominanti*, le facce delle altre si dicono *modificanti*.

Zone. Quando in un cristallo più facce, non meno di tre, incontrandosi producono spigoli paralleli fra loro, si dicono *essere nella stessa zona*; ed *assi delle zone* si chiamano le linee rette che si possono concepire in un cristallo, le quali passando pel centro di esso sono parallele agli spigoli anzidetti, e però alle facce. La zona in tal caso si riconosce agevolmente; ma spesso, le facce si toccano solo in un punto e nondimeno sono nella stessa zona, perchè estendendosi s' incontrerebbero producendo spigoli nella indicata condizione. Sovente le facce neppur si toccano, non pertanto sono nella stessa zona. In questo caso bisogna, per riconoscerlo, far uso del goniometro a riflessione. Si fissa il cristallo sul sostegno del goniometro in modo che l'immagine di una stessa mira orizzontale successivamente riflessa da due delle sue facce possa farsi coincidere con un'altra mira: così è reso orizzontale lo spigolo prodotto da queste due facce. Tutte le facce parallele a questo spigolo, e però nella

* Queste a rigore non sono forme, ma ci è piaciuto di riguardarle tali per renderne a tutti più ovvia la intelligenza.

stessa zona, rifletteranno la stessa immagine la quale coinciderà con l'altra mira, e basta per avvertirlo far girare il cerchio del goniometro per una intera circonferenza. La brevità propostaci non ci permette di svilupparne la teoria feconda di utili ed importanti applicazioni.

Assi. Se gli angoli opposti d' un cristallo, o i centri delle facce opposte, o anche i punti medii degli spigoli opposti si concepiscano congiunti con linee rette, queste formeranno tre sistemi di linee le quali s' intersecano scambievolmente per metà nel centro del cristallo. Convenientemente scelte servono a geometricamente caratterizzare col loro numero, con la loro lunghezza e scambievolmente inclinazione i diversi sistemi cristallini, ed offrono un mezzo spedito e sicuro onde riconoscere le leggi con cui le diverse facce sono disposte intorno al centro. Nel definire il cristallo abbiám tolto ad esempio l'ottaedro, ed abbiám detto che la simmetria delle facce è determinata dalla legge che i vertici dei triangoli tutti egualmente distano da un punto centrale per la metà della retta che congiunge due angoli opposti dell'ottaedro. Questo avendo sei angoli, le rette che li congiungono a due a due sono tre: v'ha di più; sono eguali e s'intersecano scambievolmente per metà ad angoli retti nel centro di esso. Se chiamiamo assi queste tre rette, l'ottaedro si troverà avere tre assi eguali che s'intersecano ad angoli retti. Questi che potremmo chiamare *assi cristallografici* differiscono dagli assi delle zone; però un asse cristallografico può essere asse di zona, ed un asse di zona può essere asse cristallografico.

Per *sistema cristallino* intendiamo l'insieme delle forme che si possono riportare ad una stessa condizione di assi. Questo, meglio s'intenderà in seguito.

I sistemi cristallini dello stato attuale della scienza sono

sei, assai ben distinti fra loro assi i quali sempre s'intersecano per metà nel centro del cristallo.

Il primo è caratterizzato da tre assi eguali che s'intersecano ad angoli retti.

Il secondo da tre assi intersegantisi ad angoli retti, due però fra loro eguali, l'altro maggiore o minore.

Il terzo è contraddistinto da quattro assi; tre giacenti in un piano eguali fra loro, e ciascuno fa con l'adjacente angolo di 60° ; il quarto maggiore o minore dei tre li incontra ad angoli retti.

Il quarto si differenzia dai precedenti per tre assi intersegantisi ad angoli retti, tutti e tre ineguali.

Il quinto è anche esso caratterizzato da tre assi ineguali, però questi s'intersecano con due inclinazioni ad angoli retti, ed una ad angoli obliqui.

Il sesto all'ineguaglianza dei tre assi aggiunge le inclinazioni tutte e tre ad angoli obliqui.

Per facilitare lo studio delle diverse forme cristalline sceglieremo una delle forme di ciascun sistema, la meno complessa, alla quale riferiremo le altre tutte. Queste chiameremo *forme fondamentali dei sistemi*, i quali da esse prenderanno il nome; e nello sceglierle ci sarà legge il principio che gli assi incontrino i centri delle loro facce opposte.

Se in un cubo congiungiamo con linee rette i centri delle facce opposte, quelle si troveranno avere le condizioni degli assi del primo sistema. Sarà perciò il cubo forma fondamentale del sistema, e lo diremo *del cubo*.

Similmente congiungendo i centri delle facce opposte di un prisma di cui due facce opposte e parallele siano quadrati, e le altre quattro rettangoli, anche a due a due parallele; e i centri delle facce opposte d'un prisma che abbia due facce opposte e parallele in forma di esagono regolare,

e le altre sei a due a due parallele abbiano forma di rettangolo, avremo le condizioni degli assi del secondo e terzo sistema. E, per l'uno togliendo a basi del prisma i quadrati, per l'altro gli esagoni, diremo quello *sistema del prisma quadrato*, e questo *del prisma esagonale*. Saranno queste le forme fondamentali dei due sistemi.

Congiungendo i centri delle facce opposte d'un prisma terminato da sei rettangoli a due a due eguali e simili, avremo gli assi del quarto sistema; e, prese per basi una delle tre coppie di facce parallele, il nome del sistema sarà *del prisma rettangolare*, e questa la forma fondamentale.

Nei rimanenti due sistemi, gli assi conducono parimenti a prismi a sei facce; e per la inclinazione di essi ad angoli obliqui, unica nel quinto e triplice nel sesto, li distingueremo coi nomi di *sistema del prisma monoclinò*, e *sistema del prisma triclinò*.

Nel prisma monoclinò, quattro facce essendo rettangoli, due di queste, opposte eguali e simili, prenderemo per basi del prisma e sarà forma fondamentale del sistema un *prisma rettangolare monoclinò*. Nel triclinò, le sei facce essendo romboidi, è indifferente come nel quarto sistema prendere l'una o le altre delle tre coppie di facce simili per basi del prisma fondamentale.

I cristalli si situano in una determinata posizione, tale, che uno degli assi sia verticale. A questo si dà il nome di *asse principale*, gli altri si chiamano *secondarii*. Nei cristalli che hanno un asse unico di specie, si sceglie questo per asse principale; sono in tal caso il secondo e il terzo sistema. In quelli che hanno gli assi o tutti di una specie o tutti di specie diversa, è indifferente la scelta dell' asse principale. Nel quinto sistema però si prende per asse principale l'uno dei due inclinati ad angoli obliqui.

Le lunghezze degli assi, a partire dal centro si esprimono con lettere dell' alfabeto ; quando sono tutti d' una specie s' indicano con la stessa lettera ; quando sono di specie diversa, con diverse lettere. Quindi nel primo sistema gli assi si esprimono per a, a, a ; nel secondo per a, b, b ; nel quarto per a, b, c ; ecc. Queste indicazioni che sono, direm così, l'espressione algebrica degli assi, si chiamano *simboli*.

Molte altre dichiarazioni potremmo qui aggiungere, ma temendo di fallire il doppio scopo di brevità e chiarezza, crediamo miglior consiglio, riserbarle là dove ne sarà mestieri.

PRIMO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL CUBO

—

Simbolo generale del sistema.

$a, a, a.$

Cubo. fig. 1. Forma terminata da 6 facce che sono quadrati; ha 12 spigoli conseguentemente eguali, altri tanti angoli diedri di 90° ; ed 8 angoli, triedri. Gli assi passando pei centri delle sue facce, osserveremo che ciascuna faccia incontra un asse ed è parallela agli altri due; il suo simbolo perciò sarà

$\infty a, a, \infty a^*$

Es. Sal gemma, Fluorina, Galena.

Ottaedro, fig. 2. È terminato da 8 triangoli equilateri, ed ha 12 spigoli tutti eguali ai quali corrispondono angoli diedri tutti di $109^\circ, 28'$. Gli angoli sono 6 tutti tetraedri regolari, nei quali l'inclinazione delle facce opposte è di $70^\circ 32'$, supplementi perciò degli angoli diedri; gli spigoli opposti sono inclinati per 90° . Se intendiamo troncati gli angoli del cubo ciascuno da una faccia *tangente*, cioè egualmen-

* Questo segno ∞ che presso i matematici è segno dell'infinito, esprime qui l'impossibilità d'incontrarsi per quanto si vogliano prolungati le facce e gli assi.

te inclinata su le facce di esso, e le nuove facce tanto estese da far scomparire le facce del cubo, la forma che emerge è precisamente l'ottaedro or ora descritto. I suoi spigoli fanno angoli retti con gli spigoli del cubo, ed angoli fra loro eguali con le facce di esso. Troveremo ancora che i suoi angoli corrispondono ai punti medii o centri delle facce del cubo, e per questo gli assi incontreranno gli angoli dell'ottaedro, ed ogni faccia gl' incontrerà a distanze eguali dal centro del cristallo.

Il suo simbolo quindi sarà

$$a, a, a.$$

Es. Allume, Ferro ossidulato, Spinello. Il cubo combinato all'ottaedro si mostra come troncatura degli angoli di questo, fig. 21 a, o Allume.

Rombododecaedro fig. 3. Questa forma è terminata da 12 rombi, gli angoli dei quali sono di $109^{\circ} 28'$ e $70^{\circ} 32'$. Ha 24 spigoli con angoli diedri tutti di 120° , e 14 angoli; 6 tetraedri regolari i quali corrispondono ai centri delle facce del cubo, e questi quindi sono incontrati dagli assi, ed 8 triedri, i quali corrispondono agli angoli del cubo. Negli angoli tetraedri l'inclinazione delle facce opposte è di 90° , quanto quella degli spigoli dell'ottaedro. Se lo riferiamo alla forma fondamentale, troveremo che le sue facce sono *tangenti* agli spigoli di essa, cioè fanno angoli eguali con le facce del cubo. Abbiamo già detto che gli angoli tetraedri corrispondono ai centri delle facce, e che le facce sono tangenti agli spigoli della forma fondamentale; determineremo quindi agevolmente il simbolo del rombododecaedro ponendo mente a ciò, che per la prima condizione ciascuna faccia incontra due assi, e per la seconda dev'essere parallela al terzo; onde

$$a, \infty a, a.$$

Occorre frequente nel Granato, nel Cloruro ammonico. Combinato al cubo, questo dominando, si mostra per troncature degli spigoli, e dominando il rombododecaedro, il cubo si mostra come troncatura degli angoli tetraedri. L'ottaedro combinato al rombododecaedro si presenta come troncatura degli angoli triedri, e le facce di troncatura hanno forma di triangoli equilateri. Il rombododecaedro tronca gli spigoli dell'ottaedro.

La fig. 21 rappresenta la combinazione dell'ottaedro *o*, del cubo *a*, e del rombododecaedro *r*. Allume.

Cubi piramidati fig. 4. Sono terminati da 24 triangoli isosceli, ed acutangoli. Hanno 36 spigoli di due specie; 24 brevi i quali hanno la posizione delle diagonali delle facce del cubo, e 12 lunghi che per la posizione corrispondono agli spigoli del cubo. Gli angoli al numero di 14 sono di due specie; 6 tetraedri che corrispondono ai centri delle facce del cubo, nei quali quindi concorrono a quattro a quattro gli spigoli brevi, ed 8 esaedri simmetrici corrispondenti agli angoli del cubo, ed in questi concorrono, alternando, uno spigolo lungo ed uno breve. La sola ispezione di queste forme giustifica il nome che portano e rivela la maniera onde si possono intendere generate, per due faccette cioè su ciascuno spigolo del cubo, di tanto l'una inclinata su d'una faccia, per quanto la seconda è inclinata su l'altra faccia del cubo. Avendo già riconosciuta la posizione degli angoli tetraedri dei cubi piramidati, è chiaro che gli assi debbano passare per questi angoli al pari che nel rombododecaedro; il simbolo dovrà solo annunziare la obliquità delle troncature degli spigoli del cubo. Esaminando una delle facce di un cubo piramidato, troviamo che essa incontra un asse, è parallela ad un'altro, e distesa incontra anche il terzo, prolungato però; l'incontro sarà ad una distanza tanto

maggiore dal centro , per quanto è più piccolo l'angolo che essa fa con la faccia del cubo: se questo angolo sarà 0° , la forma si cangerà nel cubo; se sarà di 45° la faccia incontrerà il terzo asse a distanza eguale a quella a cui ha incontrato il primo e si avrà il rombododecaedro. Il cubo ed il rombododecaedro sono dunque i due *limiti* dei cubi piramidati. Se con m indichiamo un numero intero , o una frazione maggiore dell'unità, presa come distanza alla quale la faccia incontra il primo asse, il simbolo dei cubi piramidati sarà

$$a, ma, \infty a.$$

Il coefficiente m in questo simbolo e in quelli delle altre forme che vedremo in prosieguo essendo *variabile*, si comprende chiaro che vi possono essere diverse specie di queste forme. Le tre precedenti che non hanno m nel loro simbolo sono uniche nel loro genere. Le prime si chiamano *variabili* le altre *invariabili* e però di quelle e non di queste abbiamo recato i valori degli angoli diedri i quali variano secondo le specie. Nell' Oro $m=2$; nella Blenda $m=\frac{2}{3}$; quindi in queste due specie il simbolo del cubo piramidato è

$$a, 2a, \infty a$$

$$a, \frac{2}{3}a, \infty a;$$

e nella prima l'angolo diedro degli spigoli lunghi è di $143^\circ 8'$ e quello degli spigoli brevi anche esso di $143^\circ 8'$, e nella seconda l'uno è di $126^\circ 52'$ l'altra di $159^\circ 9'$. Ci siamo alquanto dilungati su questa forma, ed a bello studio, perchè ora per la prima volta ci è occorso parlare delle forme variabili, e perchè abbiám voluto dare l'esempio del modo di analizzare i cristalli. Nelle altre, del sistema, saremo brevi anche perchè di raro o mai si producono dal chimico.

Trapezoedri, fig. 5 e 22. Forme circoscritte da 24 quadrilateri simmetrici, che hanno 48 spigoli di due spe-

cie , 24 lunghi e 24 brevi a ciascuna delle quali corrisponde diverso valore di angolo diedro. Gli angoli sono 26 e di tre specie ; 6 tetraedri regolari corrispondenti ai centri delle facce del cubo e però sono incontrati dagli assi ; 12 anche tetraedri , ma simmetrici , che corrispondono ai punti medii degli spigoli , ed 8 triedri corrispondenti agli angoli del cubo. I trapezodri si possono intendere generati per tre faccette su ciascuu angolo del cubo , le quali riposano su le facce di esso , cioè che ciascuna fa , con la faccia su la quale riposa , angolo più ottuso di quelli che fa con le tre facce dell'angolo del cubo la faccia tangente. Ciascuna faccia incontra un asse e distesa incontrando gli altri due , prolungati , a distanze eguali fra loro , il simbolo dei trapezodri sarà

a , ma , ma.

Quando $m = 2$ il trapezodro prende il nome di *leucitodro* fig. 5, la Leucite presentando appunto un trapezodro con l'indicato rapporto di assi. Un'altra specie di trapezodro che ha $m = 3$ è stata chiamata *leucitoide*. Il leucitodro in combinazione col rombododecaedro si mostra per troncature tangenti degli spigoli di quest'ultimo. Il cubo tronca gli angoli tetraedri regolari del trapezodro , e l'ottaedro gli angoli triedri.

Ottadri piramidati , fig. 6 e 23. Rende ragione del nome che portano l'aspetto di queste forme. Il quale è di un ottaedro , su ciascuna faccia del quale vi è una piramide triangolare avente per base la faccia dell'ottaedro. Sono essi terminati da 24 triangoli isosceli ottusangoli ; gli spigoli sono 36 , e di due specie , 12 lunghi e 24 brevi ; e gli angoli 14 , di due specie ; 6 ottaedri simmetrici i quali corrispondono a' centri delle facce del cubo , perciò incontrati dagli assi , ed 8 triedri corrispondenti agli angoli del cubo e però

ai centri delle facce dell'ottaedro. Tre faccette su ciascun angolo del cubo, le quali riposano sugli spigoli, cioè che ciascuna fa con lo spigolo sul quale riposa, angolo più ot-tuso di quello che fa coi tre spigoli dell'angolo del cubo la faccia tangente, sufficientemente sviluppate, possiamo in-tendere che producano queste forme il cui simbolo è

$$a, ma, a.$$

Es: Ferro ossidulato, Galena, Fluorina. Allume?

Tetracontaottaedri, fig. 8 e 24. Forme terminate da 48 triangoli scaleni acutangoli, i quali producono 72 spigoli di tre specie. Gli angoli son 26 e tutti simmetrici: 6 ottaedri corrispondono ai centri delle facce del cubo, 8 esaedri agli angoli, e 12 tetraedri ai punti medii degli spi-goli del cubo. Se su ciascun angolo del cubo immaginiamo sei faccette similmente inclinate tra le facce e gli spigoli di esso, intenderemo la maniera onde dal cubo possono deri-vare i tetracontaottaedri che hanno per simbolo

$$a, ma, na;$$

n esprimendo un numero maggiore di m.

Il Diamante offre questa forma isolata, e con facce co-stantemente convesse.

Le forme che abbiamo finora esaminate sono quelle che s'incontrano in natura, e le sole possibili, poichè nei loro simboli comprendono tutte le leggi con le quali un piano può situarsi rispetto a tre linee che abbiano le condizioni degli assi del sistema che ci occupa. Queste si dicono forme *oloedriche* ovvero *omoedriche*, perchè in esse vi sono tutte le facce che con le menzionate leggi possono esistere intorno agli assi. In questo, però, ed in altri sistemi vedremo altre forme nelle quali non tutte quelle facce esistono, ma la metà soltanto di esse, e per questa ragione ebbero il no-me di *emiedriche*. Le quali si considerano generate dalle cor-

rispondenti oloedriche quando in un sistema di facce alterne, o in gruppi alterni di facce, queste siansi tanto ingrandite da far scomparire le altre parti simili del cristallo. I simboli di queste forme sono gli stessi che delle oloedriche, e per indicarne la emiedria, racchiusi in parentesi, si fanno precedere dalla frazione $\frac{1}{2}$.

Emiottaedro o tetraedro fig. 7. Se nell'ottaedro si concepisca, che due delle facce opposte nella piramide superiore, e due anche opposte nella inferiore, alternanti colle prime, siansi tanto estese da far scomparire le altre quattro, la forma che emerge è il tetraedro terminato da quattro triangoli equilateri. * Dov'erano gli angoli dell'ottaedro si producono spigoli i quali hanno la posizione delle diagonali delle facce del cubo, quella di una faccia incrociandosi con la diagonale della faccia opposta. Ha perciò 6 spigoli tutti eguali ai quali corrispondono angoli diedri dello stesso valore che l'inclinazione delle facce opposte negli angoli dell'ottaedro, di $70^{\circ} 32'$ cioè. Gli angoli sono 4, triedri; e gli assi, che nel cubo incontrando i centri delle facce passano pei punti medii delle diagonali di esse, incontreranno i punti medii degli spigoli dell'emiottaedro. Il simbolo come abbiamo detto si scrive

$$\frac{1}{2} (a, a, a).$$

Derivando dall'ottaedro è anche forma invariabile.

Qui è necessario osservare, che potendo delle otto facce dell'ottaedro quattro estendersi con la indicata legge, ovvero le rimanenti quattro, e quel che diciamo delle facce dell'ottaedro deve anche intendersi dei gruppi di facce delle altre forme; dall'ottaedro possono derivare due tetraedri,

* La genesi del tetraedro si scorge immediatamente quando si congiungono con linee rette i punti medii dei lati delle sue facce; le congiungenti prendono la posizione degli spigoli dell'ottaedro.

ed in generale da ogni forma oloedrica due emiedriche in tutto eguali e simili, ma non similmente poste; e l'una prende la posizione dell'altra quando compie un giro di 90° intorno all'asse principale.

I due tetraedri combinati, si mostrano l'uno come troncatura degli angoli dell'altro. L'estensione delle facce essendo di niun momento in cristallografia, la combinazione dei due tetraedri non è che l'ottaedro nel quale quattro facce estendendosi hanno impiccolite le altre; ma si vuol riguardare come combinazione di due tetraedri meglio che come ottaedro; della quale combinazione il Rame grigio offre esempi. Isolato il tetraedro s'incontra nella Elvina; combinato al cubo si presenta come troncatura degli angoli alterni di questo.

Consegue dalla somiglianza delle due forme emiedriche derivanti dalla stessa oloedrica, che esse sono soltanto prodotte da quelle forme oloedriche le quali per la disposizione delle loro facce possono ridursi in due emiedriche. Il cubo e il rombododecaedro non soddisfacendo a questa condizione non danno emiedrie.

Volendo distinguere le due forme emiedriche le chiameremo l'una *alterna* dell'altra.

Dodecaedri pentagonali fig. 9. Forme emiedriche dei cubi piramidati dai quali derivano per lo estendersi delle facce opposte negli angoli tetraedri, alternamente prese. Sono circoscritti da 12 pentagoni simmetrici che hanno quattro lati eguali, ed uno maggiore. Questi lati unici si riuniscono a formare 6 spigoli, a due a due paralleli e giacenti in un piano che passa per due degli assi del cristallo, e ciascuna coppia s'incrocia con le altre due; gli altri spigoli tutti eguali sono 24. Gli angoli sono 20 e tutti triedri, dei quali, in otto che corrispondono agli angoli del cubo, con-

corrono a tre a tre gli spigoli brevi; e nei dodici rimanenti due spigoli brevi ed uno lungo, e questi corrispondono su le linee tirate pe' centri delle facce del cubo parallele agli spigoli. Le loro facce appariscono sul cubo come *troncature oblique* degli spigoli di questo, cioè inclinate più sopra una e meno sopra l'altra delle due facce che formano lo spigolo.

Il *dodecaedro* pentagonale che ha per simbolo $\frac{1}{2} (a, 2a, \infty a)$ dicesi *piritoedro* perchè frequente nella Pirite.

Emitrapezoedri o tetraedri piramidati fig. 10.

Il primo nome indica da quali forme oloedriche derivano, il secondo è l'espressione dell'insieme di queste forme terminate da 12 triangoli isosceli ottusangoli i quali si trovano nelle condizioni stesse dei triangoli degli ottaedri piramidati. Hanno 18 spigoli di due specie ed 8 angoli; quattro triedri e quattro esaedri simmetrici. I trapezoedri si cangiano nella lor forma emiedrica quando quattro dei gruppi di facce che formano gli angoli triedri, due opposti nella parte superiore e due anche opposti nella inferiore, alternanti co' primi, si estendono tanto da far scomparire gli altri quattro gruppi. Perciò le facce degli emitrapezoedri si trovano a tre a tre su gli angoli alterni della forma fondamentale.

Emiottaedri piramidati. Sono circoscritti da 12 quadrilateri simmetrici, simili a quelli dei trapezoedri; hanno 24 spigoli di due specie, e 14 angoli di tre specie. Derivano dalle loro forme oloedriche per lo ingrandirsi di quattro dei gruppi di facce le quali formano gli angoli triedri degli ottaedri piramidati; gruppi di facce presi con la stessa legge che le facce nell'ottaedro.

I tetracontaottaedri possono dare tre emiedrie delle quali, finora, due solamente si sono incontrate in natura, e di queste ci occuperemo. L'una si ha quando quattro dei gruppi di facce che formano gli angoli esaedri s'ingrandiscono

fino a distruggere gli altri quattro, e per la figura delle loro facce queste forme si chiamano *emitetracontaottaedri triangolari* terminati da 24 triangoli scaleni acutangoli e che hanno 36 spigoli di tre specie, e 14 angoli tutti simmetrici anche di tre specie. *Emitetracontaottaedri trapezoidali* si chiamano le forme dell' altra emiedria che si ha per lo estendersi delle coppie alterne di facce negli angoli ottaedri ; essi sono terminati da 24 quadrilateri irregolari, hanno 48 spigoli di tre specie, e tre specie ancora di angoli al numero di 26. Questi secondi emitetracontaottaedri a differenza dei primi hanno le facce a due a due parallele, le opposte ; di questa proprietà ci gioveremo per differenziarne i simboli, facendo seguire al simbolo degli emitetracontaottaedri trapezoidali il segno =.

Considerazioni. Le condizioni degli assi in questo sistema sono la cagione onde una sola specie di facce basta a terminare tutte le forme, che però sono tutte semplici ; ne consegue ancora che forme semplici invariabili possono esistere solo in questo sistema. Nelle forme oloedriche ciascuna faccia ha la sua parallela. Le forme emiedriche si possono dividere in due classi ; in una le facce o i gruppi alterni di facce estendendosi fanno sparire le altre ad esse parallele, o gli altri gruppi alterni di facce ; nella seconda non avviene così. Il tetraedro, i tetraedri piramidati, gli emiottaedri piramidati, gli emitetracontaottaedri triangolari entrano nella prima classe ; e nella seconda i dodecaedri pentagonali e gli emitetracontaottaedri trapezoidali. Queste si dicono *forme emiedriche a facce parallele*, quelle *a facce inclinate*. Non si ha finora esempio della combinazione, in cristalli della stessa sostanza, delle due classi di forme emiedriche. Finalmente alcune specie presentano costantemente, solo la prima classe di forme emiedriche, altre specie solo la seconda.

SECONDO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL PRISMA QUADRATO

Simbolo generale del sistema

$a, b, b.$

L'asse principale diverso da' secondarii fa risultare le facce delle forme di questo sistema disposte allo stesso modo rispetto ai secondi, diversamente rispetto al primo; perciò le facce perpendicolari ad una specie di assi non avendo le analoghe su l'altra specie, risultano in questo sistema facce e gruppi di facce che non possono terminare i cristalli, non possono chiudere tutt'intorno lo spazio. Avremo quindi forme semplici, e sono piramidali; forme composte, da non più di due specie di facce, e sono prismatiche.

Prismi quadrati.—Forme terminate da 6 facce delle quali due, le basi, sono quadrati, e quattro, le facce laterali fig. 11 *b* sono rettangoli. Hanno 12 spigoli ed a tutti corrispondono angoli diedri di 90° , quattro verticali di lunghezza diversa dagli otto orizzontali; ed 8 angoli, triedri, con due spigoli eguali, il terzo diseguale.

Se supponghiamo troncati gli spigoli verticali ciascuno da una faccia parallela alle diagonali dei quadrati, basi dei prismi, queste distese fino a far scomparire le facce laterali della forma fondamentale saranno le facce laterali le quali,

unite ai quadrati che per le dette troncature risultano inscritti nei quadrati basi della forma fondamentale, costituiscono un altro prisma quadrato in tutto simile al fondamentale, diverso solo per la posizione e quindi pel simbolo. Avendo già detto per quali punti passino gli assi nella forma fondamentale, è chiaro che in questo altro prisma gli assi debbano passare il principale aneli' esso pei centri delle basi, i secondarii pei punti medii degli spigoli laterali opposti. Essendo due le specie di facce, abbiamo bisogno di due simboli per indicare l'una o le altre. Delle basi dei prismi i simboli sarauno sempre

$$a, \infty b, \infty b;$$

delle facce laterali della forma fondamentale

$$\infty a, \infty b, b;$$

delle facce laterali dell' altro prisma

$$\infty a, b, b.$$

Questo secondo prisma avendo le facce laterali parallele ai piani che passano per le diagonali delle basi del prisma fondamentale, lo chiameremo *prisma quadrato diagonale*.

Prismi ottangolari. Troncando gli spigoli verticali della forma fondamentale per due faccette, di tanto l'una inclinata su d' una faccia per quanto l'altra su la faccia adiacente, queste estese fino a far scomparire le facce laterali della forma fondamentale, cangiano le basi del prisma in ottagoni simmetrici, i quali uniti agli otto rettangoli delle facce di troncatura terminano i prismi ottangolari. Gli ottagoni sono simmetrici val dire hanno gli angoli quattro più, quattro meno ottusi, alternamente disposti. Questi prismi hanno inoltre 24 spigoli, sedici orizzontali eguali formati ciascuno dall' incontro della base colle facce laterali, ai quali corrispondono angoli diedri di 90°; ed otto verticali di eguale lunghezza, e diversa da quella dei precedenti, ai quali corri-

spondono angoli diedri più o meno ottusi secondo gli angoli degli ottagononi : gli angoli sono 16 tutti triedri , ma di due specie ; otto formati da due angoli piani retti e da un angolo maggiore delle basi, ed otto da due angoli piani retti e da un angolo minore delle stesse basi. Gli assi passano pei centri degli ottagononi e pei punti medii degli spigoli verticali i più o i meno ottusi. Il simbolo delle basi essendo sempre lo stesso, quello delle facce laterali sarà

$$\infty a, b, mb.$$

Di queste offrono esempi l'Idocrasia la Meionite.

Quadratottaedri. Siccome troncati gli angoli del cubo si ha l'ottaedro , troncati gli angoli dei prismi quadrati si hanno ancora ottaedri ; in quel sistema la troncatura è tangente , ciò per l'eguaglianza degli assi ; qui la disegualianza di un solo asse la rende egualmente inclinata su le facce laterali del prisma , diversamente su la base. Da ciò risulta, che la sezione fatta in questi ottaedri per un piano che passa per gli spigoli orizzontali è un quadrato il quale si trova inscritto nel quadrato base del prisma fondamentale ; e le sezioni per piani che passano per gli spigoli culminanti sono rombi. Per distinguerli dall' altro ottaedro chiamansi quadratottaedri figura 11 o. I quali sono terminati da 8 triangoli isosceli acutangoli ; hanno 12 spigoli di due specie , quattro orizzontali ed otto culminanti, e ciascuna specie ha l'angolo diedro di valore diverso : e 6 angoli , due culminanti tetraedri regolari , e quattro laterali tetraedri simmetrici.

Se invece di troncare gli angoli tronchiamo gli spigoli orizzontali della forma fondamentale , avremo altri quadratottaedri in tutto simili a quelli ora descritti da' quali differiscono solo per la posizione , e però pel simbolo. Questi quadratottaedri troncano gli angoli del prisma quadrato

diagonale , e perciò li diremo *quadratottaedri diagonali*. Nei primi gli assi incontrano gli angoli opposti , ed in questi gli angoli culminanti ed i punti medii degli spigoli orizzontali opposti. Simbolo di quelli , che potremmo dire *normali* è

$$a, b, b;$$

degli altri

$$a, b, \infty b.$$

Dei quadratottaedri adunque i normali troncano gli angoli del prisma fondamentale fig. 11 o e gli spigoli orizzontali del diagonale ; ed i quadratottaedri diagonali troncano gli spigoli orizzontali della forma fondamentale , e gli angoli del prisma diagonale fig. 25 o'. I quadratottaedri normali troncano gli spigoli culminanti dei diagonali ; ed i diagonali , gli spigoli culminanti dei normali ; le troncature sono tangenti, ovvero inclinate su gli angoli culminanti o su i laterali secondo le diverse specie di quadratottaedri.

I quadratottaedri dello stesso nome si mostrano o su gli angoli culminanti , o su gli spigoli orizzontali gli uni degli altri. Le facce laterali del prisma fondamentale troncano gli angoli laterali dei quadratottaedri normali , e gli spigoli orizzontali dei diagonali ; e le stesse facce del prisma diagonale troncano gli spigoli orizzontali dei quadratottaedri normali e gli angoli laterali dei diagonali. Le basi dei prismi troncano dei quadratottaedri normali e diagonali gli angoli culminanti.

La fig. 25 rappresenta la combinazione delle facce laterali *b* del prisma quadrato fondamentale del quadratottaedro normale o, e del quadratottaedro diagonale o' del cianuro di mercurio.

Diottaedri. Forme terminate da 16 triangoli scaleni acutangoli , e che hanno 24 spigoli di tre specie ; otto orizzontali , otto culminanti maggiori con gli angoli diedri meno

ottusi che gli angoli diedri degli altri otto spigoli minori. Degli angoli al numero di 10, tutti simmetrici, i due culminanti sono ottaedri; gli otto laterali sono tetraedri e di due specie; in quattro concorrono due spigoli laterali e due culminanti maggiori, e negli altri quattro, alternanti coi primi, concorrono due spigoli laterali, e due culminanti minori. Gli assi incontrano gli angoli ottaedri, e gli angoli tetraedri dell'una o dell'altra specie. Il simbolo però n'è

$a, b, mb.$

Si possono intendere generati per due faccette su ciascun angolo della forma fondamentale, l'una tanto inclinata su di una faccia laterale del prisma, quanto la seconda su l'altra faccia laterale, sempre rimanendo diversa da queste l'inclinazione su la base come nei quadratottaedri fig. 11 d

Es: Circone, Idocrasia etc.

Fig. 11. Combinazione delle facce laterali b del prisma quadrato fondamentale, del quadratottaedro normale o , e del diottaedro d del Circone.

Tetraedri simmetrici. Sole forme emiedriche bene assicurate in questo sistema, le quali derivano dai quadratottaedri, come il tetraedro del primo sistema da quell'ottaedro. Sono terminati da 4 triangoli isosceli acutangoli. Alcune riflessioni sui tetraedri di questo essendo comuni ai romboedri del seguente sistema, le riserbiamo quando dei romboedri ci occuperemo, ivi avendo maggiore importanza.

Es: Calcopirite.

TERZO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL PRISMA ESAGONALE

Simbolo generale del sistema

$$a, b, b, b.$$

Questo sistema ha strettissimi rapporti col precedente, dal quale differisce solo per avere tre assi secondarii in luogo di due. La maggior parte delle considerazioni fatte parlando di quel sistema può applicarsi anche a questo.

Prismi esagonali fig. 12. Forme terminate da 8 facce di due specie, due terminali o basi dei prismi in forma di esagono regolare, e le altre sei laterali in forma di rettangolo. Hanno due specie di spigoli, 12 orizzontali e 6 verticali, a quelli corrispondono angoli diedri di 90° a questi di 120° ; e 12 angoli, triedri, di una sola specie. Per le troncature degli spigoli verticali della forma fondamentale come nel precedente sistema, risulta un altro prisma, in tutto simile a quella, e che per uniformità di linguaggio, chiameremo *diagonale*. Gli assi nella forma fondamentale non occorre ripetere quali punti incontrino, diremo solo che nel prisma diagonale incontrano il centro degli esagoni ed i punti medii degli spigoli verticali opposti.

I loro simboli quindi saranno, per le facce terminali, nei due prismi e negli altri che or ora vedremo.

$$a, \infty b, \infty b, \infty b;$$

per le facce laterali della forma fondamentale

$$\infty a, b, 2b, 2b;$$

e per le facce laterali del prisma diagonale

$$\infty a, \infty b, b, b.$$

La base e le facce laterali dei prismi s'incontrano nello Smeraldo, nella Calce carbonata; la base sola, nell'Oligisto; le facce laterali sole, nel Quarzo.

Prismi dodecagoni. Come i prismi ottangolari dai prismi quadrati, così questi si possono intendere prodotti dai prismi esagonali. Sono terminati da due dodecagoni simmetrici e 12 rettangoli; hanno 24 spigoli orizzontali ai quali corrispondono angoli diedri di 90° , e 12 verticali, dei quali sei hanno l'angolo diedro più ottuso e sei meno ottuso; sono perciò di due specie. E di due specie sono ancora gli angoli al numero di 24, triedri, identici a quelli dei prismi ottangolari. Gli assi incontrano i centri dei dodecagoni, e i punti medii degli spigoli laterali opposti, i più o i meno prominenti. Il simbolo n'è

$$\infty a, b, mb, nb.$$

Es. Sommite, Apatite.

Bipiramidi esagonali. Fig. 13. Ve ne sono anche normali e diagonali come i quadratottaedri, e possiamo intenderle generate allo stesso modo. Sono terminate da 12 triangoli isosceli acutangoli, ed hanno due specie di spigoli; 6 orizzontali, e 12 culminanti; i primi fra loro eguali e con angoli diedri eguali, ed i secondi in pari condizioni. Gli angoli sono 8, di due specie; due culminanti esaedri regolari e sei laterali tetraedri simmetrici. Nelle bipiramidi esagonali normali, quelle che risultano per le troncature degli angoli del prisma, gli assi incontrano gli angoli esaedri e gli angoli laterali opposti; e nelle diagonali gli assi incontrano gli stessi angoli culminanti ed i punti medii degli spigoli

orizzontali opposti. Perciò il simbolo delle prime è

$$a, \infty b, b, b;$$

e delle altre

$$a, b, 2b, 2b.$$

Es. Quarzo.

Bipiramidi di dodecaedro fig. 17 c. Si possono intendere generate come i diottaedri. Sono terminate da 24 triangoli scaleni acutangoli ed hanno 36 spigoli di tre specie dodici orizzontali, dodici culminanti maggiori e dodici culminanti minori, alterni coi precedenti; a ciascuna specie di spigoli corrisponde valore diverso di angolo diedro. Gli angoli sono 14 di tre specie e simmetrici; due dodecaedri, i culminanti: dei laterali che sono tetraedri, in sei concorrono due spigoli orizzontali e due culminanti minori, e negli altri sei alterni coi precedenti concorrono due spigoli orizzontali e due culminanti maggiori. Il simbolo n'è

$$a, b, mb, nb.$$

Es. Quarzo, Apatite.

Romboedri fig. 15. Dalle bipiramidi esagonali con le solite leggi di emiedria derivano queste forme terminate da 6 rombi, e che hanno 12 spigoli, sei culminanti e sei laterali disposti a zig-zag; ai culminanti corrispondono angoli diedri eguali, ai laterali angoli diedri anche eguali supplementi dei primi. Gli angoli sono 8, triedri, i due culminanti diversi da laterali, dei quali tre si avvicinano all'angolo culminante superiore e tre alterni con questi, all'inferiore: i culminanti sono formati da tre angoli eguali fra loro dei rombi, i laterali da due eguali ed uno diseguale.

Per emiedria, dalle bipiramidi esagonali derivano due serie di romboedri, quelli di una serie alterni con quelli dell'altra. Esse differiscono per la posizione la quale diviene la stessa quando i romboedri di una serie compiono un giro

di 60° intorno all'asse principale. Chiameremo *romboedri normali* quelli che appartengono alla serie delle bipiramidi esagonali normali e *romboedri diagonali* quelli delle bipiramidi esagonali diagonali. I romboedri normali troncano gli angoli alterni del prisma fondamentale, e gli spigoli terminali alterni del prisma diagonale, ed i romboedri diagonali troncano gli spigoli terminali alterni del prisma fondamentale e gli angoli alterni del prisma diagonale. I romboedri alterni di essi troncano i rimanenti spigoli ed i rimanenti angoli. La base dei prismi si mostra come troncatura degli angoli culminanti dei romboedri, e, quando è tanto estesa da raggiungere gli angoli laterali alterni prende forma di triangolo equilatero e le facce dei romboedri si riducono a triangoli isosceli.

Es. Cinabro, Calce carbonata.

I romboedri normali non si sono mai trovati combinati ai diagonali. Nella combinazione di un romboedro col suo alterno questo tronca gli spigoli culminanti di quello; e se i due romboedri abbiano eguali angoli diedri, l'uno si dice *inverso* dell'altro.

I romboedri dello stesso nome si comportano fra loro come i quadratottaedri. Ancora un'altra distinzione fra i romboedri. Si chiamano *ottusi* fig. 13 o *acuti* fig. 18 *r'* secondo che gli angoli culminanti sono formati da angoli piani maggiori o minori di 90° .

La sezione fatta nei romboedri per un piano perpendicolare a due spigoli, uno culminante, l'altro laterale, è un rombo; da ciò si rileva quello che abbiamo già detto, l'angolo diedro di quelli spigoli essere supplemento dell'angolo degli altri. Delle diagonali delle facce dei romboedri dicesi *diagonale orizzontale* quella che congiunge due angoli laterali; e l'altra *diagonale obliqua*.

Nei romboedri normali gli assi incontrano gli angoli culminanti ed i punti medii degli spigoli laterali ; e nei diagonali gli stessi angoli e le diagonali oblique nel punto che divide la quarta parte inferiore.

Lo spato calcareo presenta un romboedro con gli angoli diedri culminanti di $105^{\circ} 5'$; il nitrato sodico un romboedro con questi angoli diedri di $106^{\circ} 30'$ circa, dagli antichi chimici creduto un cubo.

Fra le diverse emiedrie possibili della bipiramide dodecagona due sole sono bene assicurate. L'una ne deriva per coppie alterne di facce negli spigoli culminanti della stessa specie; e l'altra per facce alterne, sei nella piramide superiore e sei nella inferiore alterne con quelle. Le forme della prima emiedria diconsi *scalenoedri*, quelle della seconda, *trapezoidri esagonali*.

Scalenoedri fig. 14. Forme terminate da 12 triangoli scaleni ottusangoli, e che hanno 18 spigoli di tre specie, sei laterali disposti come i laterali dei romboedri, sei culminanti lunghi, e sei culminanti brevi, i lunghi superiori corrispondenti ai brevi inferiori, dal che risulta che la sezione per un piano che passa per quattro spigoli culminanti opposti, è un romboide. Gli angoli diedri sono anche essi di tre valori diversi, e, degli angoli diedri degli spigoli culminanti sono maggiori quelli degli spigoli lunghi, e minori quelli degli spigoli brevi; questo fa riconoscere la posizione degli scalenoedri quando nei cristalli si trovano non completi. Conseguenza del diverso valore degli angoli diedri degli spigoli culminanti è che la sezione negli scalenoedri per un piano che passi per tre angoli laterali alterni o più prossimo agli angoli culminanti, perpendicolare all'asse principale, è un esagono simmetrico. Inoltre, gli scalenoedri hanno 8 angoli; due esaedri simmetrici, e sei laterali tetraedri irregolari.

lari. Gli scalenoedri come i romboedri, hanno i loro diagonali, e gli alterni; nè gli scalenoedri normali si sono trovati in combinazione dei diagonali. Gli assi incontrano, negli scalenoedri normali, gli angoli culminanti e gli spigoli culminanti maggiori nei punti ove questi sono incontrati dal piano in cui giacciono gli assi secondarii; e nei diagonali gli stessi angoli e i punti medii degli spigoli laterali opposti.

Sono frequenti gli scalenoedri nel Carbonato di calce, il quale offre svariate combinazioni di scalenoedri e romboedri sovente complicatissime.

Fig. 16. Combinazione dello scalenoedro diagonale s , del romboedro normale r e delle facce laterali b del prisma esagonale della Calce carbonata.

Fig. 17. Combinazione della base a , delle facce laterali b del prisma esagonale, di due specie di bipiramidi esagonali diagonale d, d' , della bipiramide esagonale normale n , e della bipiramide dodecagona e dello Smeraldo.

Fig. 18. Combinazione del romboedro acuto r' col romboedro ottuso r della Calce carbonata.

Trapezoedri esagonali. Sono terminati da 12 quadrilateri irregolari; hanno 24 spigoli, dodici culminanti della stessa specie con angoli diedri eguali, e gli altri dodici, i laterali, sono di due specie sei maggiori alternanti con sei minori e disposti a zig-zag. Gli angoli sono 14 di due specie, due culminanti esaedri, e dodici laterali triedri. Gli assi incontrano gli angoli esaedri ed i punti medii degli spigoli laterali alterni. Delle tre forme emiedriche di questo sistema i romboedri, e gli scalenoedri hanno le facce a due parallele. Il simbolo degli scalenoedri si differenzia da quello dei trapezoedri esagonali allo stesso modo che i simboli dei due emitetracontaottaedri.

QUARTO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL PRISMA RETTANGOLARE

Simbolo generale del sistema.

$a, b, c.$

Se l'eguaglianza di due assi soli faceva risultare le facce delle forme del secondo e terzo sistema similmente disposte rispetto all'asse unico, negli altri tre sistemi gli assi essendo tutti e tre unici, le facce delle loro forme saranno tutte in diverso modo disposte rispetto a ciascun asse.

Situeremo verticalmente l'asse a , il quale chiameremo *asse principale*, e le facce che lo incontrano *basi del prisma*. Degli assi b e c è indifferente la posizione.

Prisma rettangolare. Forma terminata da 6 rettangoli di tre specie, che ha 12 spigoli a quattro a quattro di lunghezza diversa, e però di tre specie, a tutti e tre corrispondono angoli diedri di 90° . Gli angoli sono 8, triedri. Essendo le facce di tre specie, avremo bisogno di tre simboli diversi per indicare ciascuna coppia di facce parallele.

Delle basi il simbolo sarà

$a, \infty b, \infty c;$

e delle facce laterali , per una specie

$$\propto a, \quad b, \propto c;$$

e per l'altra

$$\propto a, \propto b, \quad c.$$

Troncando le tre diverse specie di spigoli della forma fondamentale , avremo per ciascuna specie , quattro facce le quali unite alle due facce della forma fondamentale , perpendicolari ad esse , costituiscono tre *prismi rombici*; di ciascuno de' quali possono esservi diverse specie. Essi sono terminati da due specie di facce , delle quali quattro di una specie sono rettangoli , le facce prodotte dalla troncatura degli spigoli , e due di altra specie sono rombi , le facce della forma fondamentale. Questi prismi rombici hanno , ciascuno , 12 spigoli di tre specie , otto con angoli diedri di 90° egualmente lunghi; e degli altri quattro anche di egual lunghezza, a due opposti corrispondono angoli diedri ottusi; ed agli altri due, angoli diedri acuti supplementi dei primi. Gli angoli sono 8 e tutti triedri , ma di due specie; in una concorrono due spigoli con angoli diedri di 90°, ed uno con angolo diedro ottuso; l'altra specie ha invece acuto l'angolo diedro corrispondente al terzo spigolo.

Le posizioni di questi tre prismi sono diverse , e però diversi ne sono anche i simboli. In uno , le facce rettangolari sono parallele all'asse principale, lo diremo per questo, *prisma rombico verticale*, ed il simbolo delle medesime è

$$\propto a, b, c.$$

Negli altri due , le stesse facce sono orizzontali , in uno parallele all'asse *b*, nell'altro parallele all'asse *c*. Li chiameremo *prismi rombici orizzontali*, ed i simboli delle menzionate facce sono , pel primo

$$a, \propto b, c;$$

e pel secondo

$$a, b, \infty c.$$

La figura 27 rappresenta la combinazione delle due specie di facce laterali $b\ c$ del prisma rettangolare, delle facce laterali v del prisma rombico verticale, e delle facce laterali r del prisma rombico orizzontale, del tartrato neutro di soda.

Rombottaedri. Come l'ottaedro del primo sistema e i quadratottaedri del secondo, possiamo intendere i rombottaedri prodursi dal prisma rettangolare; la troncatura degli angoli però è inegualmente inclinata su le tre facce che formano gli angoli di questo prisma. Sono i rombottaedri forme semplici, terminate da 8 triangoli scaleni acutangoli, ed hanno 12 spigoli di tre specie, a quattro a quattro eguali. Quattro orizzontali, quattro culminanti maggiori, due superiori e due inferiori, e quattro culminanti minori allo stesso modo disposti, alterni co' precedenti; gli angoli diedri che a questi corrispondono sono diversi in ciascuna specie di spigoli. Le sezioni per piani che passano per ciascuna delle tre specie di spigoli sono rombi, d'onde è derivato il nome di queste forme. Gli angoli al numero di 6 sono tetraedri e simmetrici, di tre specie, e questi corrispondendo ai centri delle facce della forma fondamentale sono in conseguenza incontrati dagli assi; la specie degli angoli varia a seconda degli assi che li incontrano. Il simbolo dei rombottaedri dunque è

$$a, b, c.$$

Es. Solfo, Stilbite ecc.

Le facce laterali dei tre prismi rombici si mostrano su i rombottaedri per troncature sempre tangenti, dei corrispondenti spigoli dei rombottaedri; ed or parallele ad essi, ora inclinate su gli angoli. Le facce della forma fundameu-

tale troncano rispettivamente gli angoli dei rombottaedri, e la faccia di troncatura è tangente.

Fig. 26. Combinazione della base a del prisma rettangolare, delle facce laterali v del prisma rombico verticale, e di due specie di rombottaedri o , o' , del tartrato di antimonio e di ammoniaca (emetico di ammoniaca).

Fig. 28. Combinazione delle due specie di facce laterali b c , e della base a del prisma rettangolare, delle facce laterali r del prisma rombico orizzontale, e del rombottaedro o , del nitrato di uranile, meno la faccia a .

I tetraedri irregolari sono le sole forme emiedriche di questo sistema, i quali derivano dai rombottaedri come gli altri tetraedri da' corrispondenti ottaedri. Sono terminati da quattro triangoli scaleni acutangoli.

Es. Solfato di magnesia, Manganite.

Fig. 29. Combinazione della base a , e di una delle facce laterali b del prisma rettangolare, delle facce laterali v del prisma rombico verticale, delle facce laterali r del prisma rombico orizzontale, e del tetraedro irregolare o , dell'ossalato neutro di ammoniaca.

QUINTO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL PRISMA RETTANGOLARE MONOCLINO

Simbolo generale del sistema.

$a, b, c.$

Nei due sistemi di cui ci rimane a parlare, la complicazione è maggiore. Non troviamo più forme semplici; le specie di facce giungono a quattro, e degli angoli diedri a sei. È necessario di esprimere l'angolo, o gli angoli d'inclinazione degli assi fra loro, i quali angoli variano nei cristalli delle diverse sostanze; e nei simboli delle facce di alcune forme bisogna indicare quali di quelle siano di rincontro agli angoli acuti, e quali di rincontro agli angoli ottusi degli assi. Nel sistema di cui ora parleremo, intendiamo inclinati ad angoli obliqui gli assi a , e b , e l'asse a verticale. Nel sesto come nel quarto sistema prenderemo per asse principale l'asse a .

Prisma rettangolare monoclinio fondamentale.

Forma terminata da quattro rettangoli di due specie, e due romboidi; le facce della stessa specie sono parallele. Ha 12 spigoli di quattro specie: ai quattro verticali, ed ai quattro

terminali, prodotti dall'incontro delle basi con i romboidi, corrispondono angoli diedri di 90° ; degli altri quattro prodotti dall'incontro delle stesse basi con le altre due facce laterali, a due opposti corrispondono angoli diedri ottusi; agli altri due, angoli diedri acuti. Gli angoli sono 8 triedri, e di due specie; in una essi sono formati da due angoli retti ed uno ottuso, e nell'altra da due retti ed uno acuto. I simboli delle tre specie di facce sono; per le basi

$$a, \infty b, \infty c;$$

per le facce laterali rettangolari

$$\infty a, b, \infty c;$$

e per le altre facce laterali

$$\infty a, \infty b, c.$$

Se trorchiamo gli spigoli della prima e seconda specie, avremo per ciascuna specie quattro facce le quali unite con le corrispondenti della forma fondamentale che incontrano gli assi obliqui, costituiscono due *prismi rombici monoclinali*. Entrambi sono terminati da due rombi e quattro romboidi, ed hanno 12 spigoli. Dei quattro spigoli prodotti dall'incontro delle facce di troncatura, a due opposti corrispondono angoli diedri ottusi, ed agli altri due, angoli diedri acuti, supplementi gli uni degli altri; poichè la sezione per un piano perpendicolare a questi spigoli è un rombo. Degli 8 spigoli che nascono dall'incontro delle facce di troncatura con quelle della forma fondamentale, a quattro opposti corrispondono angoli diedri ottusi, ed angoli diedri acuti agli altri quattro. Gli angoli sono 8, triedri, e di tre specie, le quali differiscono per gli angoli piani dei romboidi che concorrono a formarli. Quattro hanno i vertici in un piano, e sono formati da un angolo ottuso ed uno acuto di romboidi; due opposti sono formati da due angoli ottusi, e i rimanenti due da due angoli acuti dei romboidi; in ciascuna specie gli an-

goli dei rombi sono o acuti, od ottusi. Di questi due prismi uno ha le facce laterali parallele all'asse a , e l'altro all'asse b . Il simbolo quindi di queste facce del primo è

$$\infty a, \quad b, c;$$

e del secondo

$$a, \infty b, c.$$

Troncando le rimanenti due specie di spigoli avremo altre quattro facce a due a due della stessa specie, le opposte, le quali unite alle rimanenti facce della forma fondamentale formano un altro prisma diverso dai due precedenti per posizione e per forma. È un prisma orizzontale le cui facce laterali sono parallele all'asse c , terminato da quattro rettangoli di due specie, conseguenza delle due specie di spigoli, e da due romboidi, conseguenza della stessa forma che hanno le due facce della forma fondamentale perpendicolare all'asse c . Quindi è un prisma monoclino in tutto simile alla forma fondamentale, dalla quale essendo diverso per la posizione, deve anche differenziarsi pel simbolo. Lo chiameremo *prisma romboidale*. Qui essendo necessario esprimere quali facce siano opposte all'inclinazione ad angoli acuti degli assi, e quali all'inclinazione ad angoli ottusi, della prima specie di facce scriveremo il simbolo

$$a, b, \infty c -$$

e dell'altra

$$a, b, \infty c +.$$

Di questi tre prismi, come de' tre prismi rombici del quarto sistema esistono diverse specie.

Ottaedri monoclinali. Si possono intendere generati come tutti gli altri ottaedri che abbiamo finora veduti: ma la forma fondamentale di questo sistema avendo due specie di angoli, gli 8 triangoli scaleni acutangoli che terminano queste forme sono, quattro di una, e quattro di altra specie.

Gli ottaedri monoclini hanno 12 spigoli di quattro specie. Costituiscono la prima specie quattro spigoli laterali eguali fra loro e con angoli diedri dello stesso valore; la sezione per un piano che passa per questi spigoli è un rombo; quattro spigoli culminanti nelle stesse condizioni dei precedenti compongono la seconda specie. I rimanenti quattro spigoli, che formano le altre due specie sono, gli opposti, eguali per lunghezza, e pel valore dell'angolo diedro che ad essi corrisponde. Questi quattro spigoli segnano sopra un piano che passa per essi un romboide; in questo piano giacciono gli assi obliqui, e però gli angoli che ne misurano la scambievole inclinazione. Gli angoli sono 6 tetraedri, e di tre specie; i due culminanti irregolari, e dei quattro laterali due irregolari, quelli che incontrano l'asse b , e gli altri due simmetrici. Questi angoli come quelli degli altri ottaedri corrispondono ai centri delle facce della forma fondamentale, e quindi i simboli delle due specie di facce degli ottaedri monoclini sono

$$a, b, c -$$

$$a, b, c +.$$

La forma fondamentale, i prismi rombici monoclini, e l'prisma romboidale si comportano con gli ottaedri monoclini analogamente alle corrispondenti forme del quarto sistema co' rombottaedri.

Fig. 30. Combinazione delle due specie di facce laterali b c del prisma rettangolare monoclino, delle facce laterali v del prisma rombico monoclino verticale, delle facce laterali s s' del prisma rombico monoclino orizzontale, delle facce laterali r r' del prisma romboidale, e delle facce o o' di una delle due specie di facce dell'ottaedro monoclino, del nitrato mercurioso neutro.

Fig. 31. Combinazione di una delle due specie di facce

lateralì c , e della base a del prisma rettangolare monoclinò, delle facce laterali v v' di due specie di prismi rombici monoclini verticali, delle facce laterali r del prisma rombico monoclinò orizzontale, e delle facce o o' , o' o' di due specie di ottaedri monoclini, dell' iposolfito sodico.

Fig. 32. Combinazione della base a del prisma rettangolare monoclinò delle facce laterali v del prisma rombico monoclinò verticale, delle due specie di facce laterali r r' del prisma romboidale, e delle facce laterali s s del prisma rombico monoclinò orizzontale, dell'acido ossalico.

Per quel che abbiamo osservato nei sistemi di cui ci siamo già occupati, le forme emiedriche derivano sempre dalle forme semplici e però in questo sistema non essendovi forme semplici neppure vi possono essere forme emiedriche, nè si sono incontrate nei cristalli naturali. I cristalli però del tartrato neutro di ammoniaca presentano modificati non gli angoli alterni del prisma rettangolare monoclinò come per le ordinarie leggi di emiedria, bensì in una stessa estremità dei cristalli, le due specie di angoli nella direzione dell' asse che è perpendicolare agli altri due; onde neanche quattro facce alterne, ma quattro adjacenti degli ottaedri monoclini producono questa modificazione. Sono stati chiamati *emiedri* questi cristalli, sebbene in essi meglio si ravvisi la *dissimmetria* che presentano le estremità dei cristalli di Topazio, di Tormalina ec.

SESTO SISTEMA CRISTALLINO

o

DEL PRISMA TRICLINO

simbolo generale del sistema

$a, b, c.$

Tutte le parti dei cristalli di questo sistema non sono che a due a due della stessa specie : degli angoli solo gli opposti : delle facce e degli spigoli solo gli opposti e paralleli.

Prisma triclino fondamentale. Forma terminata da sei romboidi * di tre specie, e che ha 12 spigoli a quattro a quattro di egual lunghezza, ai quali corrispondono angoli diedri di sei specie, a due a due gli uni supplementi degli altri; gli angoli al numero di 8 sono triedri, e di quattro specie. Una specie formata da angoli piani o tutti ottusi o tutti acuti, le altre tre specie sono formate da angoli ottusi ed acuti, ma diversi nelle diverse specie di angoli, a seconda degli angoli degli assi ai quali ciascuna specie di an-

* Nel riunirsi sei romboidi a formare un prisma possono darsi due casi, o che in due angoli triedri opposti si uniscano tre angoli piani ottusi, o tre angoli piani acuti; nel primo caso negli altri angoli si uniranno un angolo ottuso e due acuti, e nel secondo due angoli ottusi ed uno acuto. I due prismi triclini si dicono l'uno *ottusangolo*, *acutangolo* l'altro.

golo triedro è opposto. I simboli delle tre specie di facce sono

$$\begin{aligned} a, \infty b, \infty c \\ \infty a, b, \infty c \\ \infty a, \infty b, c. \end{aligned}$$

Troncando, come nel quarto e quinto sistema, le diverse specie di spigoli della forma fondamentale, avremo per ogni due specie di spigoli, quattro facce le quali unite alle corrispondenti della forma fondamentale formano tre prismi triclinali, diversi dal prisma fondamentale testè descritto solo per la posizione rispetto agli assi. Le loro facce laterali avranno per simboli.

$$\begin{aligned} \infty a, b, c + ; \infty a, b, c - \\ a, \infty b, c + ; a, \infty b, c - \\ a, b, \infty c + ; a, b, \infty c - . \end{aligned}$$

Ottaedri triclinali. Le otto loro facce sono triangoli scaleni, e di quattro specie; le parallele a due a due sono della stessa specie, la quale varia secondo la specie degli angoli della forma fondamentale, dei quali le facce degli ottaedri sono le troncature. Hanno 12 spigoli di sei specie, ai quali corrispondono angoli diedri anche di sei specie. Le sezioni per un piano che passi per quattro spigoli, siano i culminanti, siano i laterali, sono romboidi. Gli angoli sono 6 tetraedri, irregolari, di tre specie diverse secondo gli assi dai quali sono incontrati. Il simbolo è

$$a, b, c.$$

Ove si volessero indicare le coppie di facce della stessa specie, potrà farsi con virgole situate su le lettere esprimenti gli assi.

Fig. 33. Combinazione delle tre specie di facce a, b, c del prisma triclino fondamentale, delle due specie di facce laterali r e v del prisma triclino verticale, delle due specie di

facce laterali xy , ts dei due prismi triclino orizzontali, e di una specie di facce o dello ottaedro triclino, dell'acido paratartrico.

Fig. 34. Combinazione delle tre specie di facce a , b , c del prisma triclino fondamentale, delle due specie di facce laterali r v del prisma triclino verticale, di una specie di facce laterali x del prisma triclino orizzontale, e di due specie di facce o , o' dell'ottaedro triclino, del solfato di rame.

Così mettiamo fine alla esposizione dei sei sistemi cristallini dal principio annunziati. Ma non possiamo tacere che il Prof. Mitscherlich in una sua *Memoria sopra una nuova classe di forme cristalline* inserita negli annali di Poggendorff anno 1826 n. 12 descrisse la cristallizzazione dell'iposolfito di calce, riferendo le forme cristalline di questo sale a tre assi ineguali, e con due inclinazioni ad angoli obliqui, ed una ad angoli retti.

Ove questa condizione di assi potesse caratterizzare un sistema, le forme di esso sarebbero identiche a quelle del prisma triclino.

Geminazione dei cristalli. Nelle diverse forme cristalline finora studiate, non abbiamo trovati angoli diedri se non *salienti*, nè la maniera onde abbiām resa ragione del loro modo di essere poteva condurre ad altri risultamenti. Nondimeno i cristalli talvolta presentano angoli diedri *rientranti*, e questo in seguito della unione di due o più cristalli. In tal condizione i cristalli si dicono *geminati*. Per la geminazione, talora l'un cristallo sembra addossato all'altro fig. 20, e talora, che l'uno attraversi l'altro fig. 19. La geminazione avviene sempre con leggi determinate, ed il piano di geminazione è una faccia *o esistente* nei cristalli, o *possibile* nel loro sistema di cristallizzazione. Di più l'un cristallo si trova situato rispetto all'altro come se, supponendone

uno immobile, l'altro avesse compito il giro di una semicirconferenza intorno ad una retta perpendicolare al piano di geminazione: per questa ragione si dissero *emitropi*.

Lo Spinello, il nitrato piombico, che cristallizzano nel sistema del cubo danno, geminandosi due ottaedri, la forma rappresentata dalla fig. 20, detta da Haüy *ottaedro trasposto*. Di cristalli gemini compenetrati abbiamo scelto l'esempio del Rame grigio, nel quale talora due emiottaedri rendono la figura rappresentata dalla fig. 19.

Vi sono ancora esempi di cristalli gemini che non presentano angoli diedri rientranti, in tal caso la geminazione si riconosce ad altri caratteri. Abbiám voluto accennare questo, sol perchè non s'ignorasse; i limiti del nostro lavoro non comportando di trattenerci più a lungo su l'argomento.

Oggetto della Cristallografia è la *determinazione delle differenze che esistono fra le diverse forme cristalline*. La distribuzione di esse in sistemi soddisfa solo in parte allo scopo.

Nel primo sistema caratterizzato da tre assi eguali che s'incontrano ad angoli retti, non rimane a determinare che i coefficienti *m* ed *n* nei simboli delle forme d'esso. Ma negli altri sistemi oltre a questo è necessario determinare la proporzione, il rapporto che esiste fra gli assi di diverso nome, nella forma fondamentale dei cristalli delle diverse sostanze, le quali sono caratterizzate da questo rapporto degli assi; e nel quinto e sesto sistema con la proporzione degli assi bisogna ancora determinare gli angoli d'inclinazione degli assi obliqui.

È costante osservazione che i cristalli di una stessa sostanza appartengono tutti, meno i casi di *dimorfismo*, allo stesso sistema cristallino; più ancora, che le facce delle di-

verse loro forme incontrano gli assi dello stesso nome a distanze dal centro, o eguali, o che hanno fra loro un rapporto semplice.

Omettendo le distinzioni di corpi *isomorfi* e *dimorfi*, riepilogando conchiudiamo, che per la completa conoscenza d'una forma cristallina si esige la determinazione della proporzione degli assi, degli angoli d'inclinazione di essi, e dei coefficienti *m* ed *n* nei simboli. Per tutto questo non si ha che un solo elemento, il valore degli angoli diedri, che si ottiene mercè il goniometro, del quale supponghiamo la conoscenza.

Nella determinazione di un cristallo vi sono due parti ben distinte. L'una tutta di osservazione richiede grande abitudine nell'uso del goniometro, ed intende a cercare la misura degli angoli diedri. L'altra tutta di ragionamento e di calcolo conduce a verificare gli uni per gli altri i risultati delle osservazioni, a dedurne quello che esse sole non possono far conoscere; l'inclinazione degli assi, il loro rapporto, la posizione delle diverse facce, cioè il simbolo che ad esse compete.

Qui è indispensabile la conoscenza delle due Trigonometrie. Pregando gli studiosi, che volessero mettersi al caso di determinare cristalli, a consultare la Fisica dei corpi ponderabili del Sig. Avogadro, il Trattato di Mineralogia del Sig. Dufrénoy, o altre opere di simil fatta, noi ci contenteremo di addurne due esempi l'uno del quarto, l'altro del sesto sistema cristallino.

Nel cristallo rappresentato dalla figura 28, l'occhio esercitato riconosce a prima giunta, potendo anche giovarsi del goniometro, che le facce *b* e *c* s'incontrano ad angolo retto, e che la faccia *a* estesa incontrerebbe ad angoli retti le facce *b*, e *c* estese anch'esse. Per questa osservazione il cri-

stallo può appartenere al primo, al secondo, o al quarto sistema. Le facce r troncature degli spigoli di a con b , non più che quattro, escludono il primo sistema ove gli spigoli del cubo essendo tutti della stessa specie dovrebbero essere tutti modificati; le stesse facce escludono anche il secondo sistema, poichè per l'ineguale loro inclinazione su le facce a e b potendo appartenere solo ad un quadralottaedro, mancano le altre quattro facce. Quelle facce adunque dovendo essere di una forma del quarto sistema, non possono appartenere che ad un prisma rombico, il quale, chiamando a , b , c , gli assi che incontrano le facce segnate con queste lettere istesse, è orizzontale, e parallelo all'asse c . Che il sistema di cristallizzazione sia il quarto vien confermato dalle facce o che inegualmente inclinate su le facce a , b , c appartengono senz'altro ad un rombottaedro.

Nel nitrato di uranile, al quale il cristallo appartiene, supponiamo di aver trovato le seguenti misure goniometriche

b sopra c	$= 90^\circ$
b	$r = 121^\circ 20'$
b	$o = 116^\circ 30'$
c	$o = 120^\circ 45'$
r	$o = 149^\circ 15'$
o	$o \text{ post} = 127^\circ$

Se nel cristallo immaginiamo fatta una sezione per un piano che passi per gli assi a , e b , avremo la configurazione $o b r a$, fig. 36, e distendendo la faccia r fino ad incontrare gli assi a , e b prolungati, conosceremo per questo mezzo il rapporto fra l'asse a e l'asse b . Poichè essendo noto l'angolo di b con $r = 121^\circ 20'$, è noto anche il suo supplemento l'angolo cioè $o a' b' = 58^\circ 40'$.

Nel triangolo $a' o b'$ rettangolo in o , sta

$$a' o : o b' :: 1 : \tan 58^{\circ} 40';$$

questa tangente cercata nelle Tavole , e trovato il numero che a quel logaritmo corrisponde , avremo

$$a : b :: 1 : 1,643.$$

Se nel cristallo esistesse un' altra troncatura dello spigolo fra b e c si determinerebbe similmente il rapporto fra l'asse b e l'asse c .

La troncatura dell'angolo del prisma rettangolare conduce a determinare direttamente il rapporto fra i tre assi. Infatti , si concepiscano distese le facce o fino a terminare il romboedro ; avremo , considerando solo le quattro facce superiori , una piramide retta a base rombica della quale sono noti gli angoli diedri corrispondenti agli spigoli culminanti , quello di o con o posteriore di 127° , e l'altro di o a destra con o a sinistra di $118^{\circ} 30'$, il quale si deduce dall'inclinazione di r sopra o . Se chiamiamo d la metà dell'angolo diedro culminante maggiore , d' la metà dell'angolo diedro culminante minore , s l'angolo che misura l'inclinazione dello spigolo lungo su la perpendicolare abbassata dal vertice della piramide su la base , il piede della quale incontra le diagonali della base nella loro intersezione , ed s' la stessa inclinazione dello spigolo breve ; nelle formole *

$$\cos s' = \frac{\cos d'}{\sin d}, \text{ e } \cos s = \frac{\cos d}{\sin d'}$$

* Come ottenute tali formole , non è questo il luogo di esporre ; allo stesso risultamento avrebbe condotto la risoluzione di un triangolo sferico rettangolo. Trattandosi solo di mostrare il metodo , nelle calcolazioni abbiamo trascurato i secondi.

mettendo i valori anzidetti degli spigoli culminanti, avremo

$$\cos s' = \frac{\cos 59^\circ 15'}{\sin 63^\circ 30'}, \text{ e}$$

$$\cos s = \frac{\cos 63^\circ 30'}{\sin 59^\circ 15'};$$

e quindi $s' = 55^\circ 10'$ ed $s = 58^\circ 43'$.

Intanto convien riflettere che le diagonali della base della piramide e l'altezza sono rispettivamente, gli assi secondarii ed il semiasse principale del rombottaedro, e che l'altezza sta a ciascuna metà delle diagonali come il raggio trigonometrico alla tangente degli angoli s , ed s' rispettivamente, vale a dire

$$a : b :: 1 : \tan 58^\circ 43', \text{ ed}$$

$$a : c :: 1 : \tan 55^\circ 10'.$$

Le quali tangenti cercate nelle Tavole, e trovati i numeri corrispondenti a quei logaritmi, avremo infine

$$a : b : c :: 1 : 1,646 : 1,437.$$

Abbiamo trovato calcolando il rapporto degli assi per la faccetta r

$$a : b :: 1 : 1,643,$$

ed avendo ragioni per dubitare della esattezza della misura di b sopra r , fra i limiti di qualche minuto, correggeremo quest'angolo tenendo un cammino inverso; partendo cioè dal rapporto di $a : b :: 1 : 1,646$, e troveremo che la tangente corrispondente al logaritmo di questo numero appartiene all'angolo di $58^\circ 43'$, precisamente quello della inclinazione del corrispondente spigolo del rombottaedro su l'asse a , onde la faccetta r è parallela allo stesso spigolo. L'inclinazione dunque di b sopra r non di $121^\circ 20'$ ma, corretta, la riterremo di $121^\circ 17'$.

I simboli delle facce del nostro cristallo sono dunque

$$a = a, \infty b, \infty c$$

$$b = \infty a, b, \infty c$$

$$c = \infty a, \infty b, c$$

$$o = a, b, c$$

$$r = a, b, \infty c.$$

I cristalli del sistema del prisma triclino si riconoscono agevolmente alla totale mancanza di simmetria; ma la determinazione di essi esigendo molte misure goniometriche, non meno di cinque quando si tratta dell'ottaedro, è sempre difficile, e più o meno complicata.

Nella fig. 35 abbiamo disegnato un prisma triclino fondamentale, di cui a, b, c , sono le facce, ed una sola specie di spigoli è troncata da una delle specie di facce v di un prisma triclino orizzontale. In esso supporremo di aver trovato le seguenti misure

$$a \text{ sopra } b = 128^\circ 37'$$

$$b \quad c = 124^\circ 2'$$

$$a \quad v = 139^\circ 50'$$

$$c \quad v = 149^\circ 42'$$

Ponghiamo che il simbolo di v sia $a, \infty b, c$, e che il cristallo sia disegnato con la estensione di ciascuna faccia corrispondente alla lunghezza degli assi non meno che alla loro inclinazione. Distendendo le tre facce a, b, c , fino ad incontrarsi, avremo in r il vertice di un angolo triedro del prisma, del quale angolo sono noti gli angoli diedri corrispondenti agli spigoli rm, rq , per le misure dirette, e l'angolo corrispondente allo spigolo rn si deduce dagli angoli di a con v , e di c con v , il quale risulta di $109^\circ 32'$. Quest'angolo si poteva trovare anche dalla misura diretta di a sopra c . Risolvendo quindi il triangolo sferico del quale gli angoli sono di $128^\circ 37'$, $124^\circ 2'$, e $109^\circ 32'$ ne conosceremo i lati,

gli angoli piani cioè che formano quell'angolo triedro, i quali angoli, com'è chiaro, sono gli stessi sotto i quali s'intersecano gli assi. Avremo dunque gli angoli

$$mrn = 118^{\circ} 26' \text{ inclinazione dell'asse } b \text{ su l'asse } c$$

$$nrq = 124^{\circ} 2' \dots\dots\dots a \dots\dots b$$

$$qrm = 88^{\circ} 40' \dots\dots\dots a \dots\dots c.$$

Determinate così le inclinazioni degli assi, faremo osservare che due di esse sono ad angolo ottuso ed una ad angolo acuto; e quindi l'angolo triedro r , essendo formato dagli stessi angoli, ne concludiamo che il prisma triclino è acutangolo.

Quanto al rapporto della lunghezza degli assi, mercè la faccetta v possiamo determinare il rapporto fra a e c nel seguente modo. Dal vertice r dell'angolo triedro si calino le perpendicolari rs , rt su gli spigoli paralleli ad rn ; l'angolo srt sarà eguale a $109^{\circ} 32'$, e congiunti i punti s e t con la retta st , questa sarà parallela ad cf intersezione del piano rst con la faccia v , e quindi gli angoli rst , rts essendo rispettivamente eguali ad ref , rfe , sarà l'angolo $rst = 40^{\circ} 10'$, e l'angolo $rts = 30^{\circ} 18'$. Intanto nel triangolo srt sta

$$sr : rt :: \text{sen } rts : \text{sen } rst :: \text{sen } 30^{\circ} 18' : \text{sen } 40^{\circ} 10' :: 1 : \frac{\text{sen } 40^{\circ} 10'}{\text{sen } 30^{\circ} 18'}$$

e nel triangolo rsm rettangolo in s , del quale è noto l'angolo $rms = 61^{\circ} 34'$, sta

$$sr : rm :: \text{sen } rms : 1 :: \text{sen } 61^{\circ} 34' : 1 :: 1 : \frac{1}{\text{sen } 61^{\circ} 34'};$$

dunque starà ancora

$$rt : rm :: \frac{\text{sen } 40^{\circ} 10'}{\text{sen } 30^{\circ} 18'} : \frac{1}{\text{sen } 61^{\circ} 34'} :: 1 : \frac{\text{sen } 30^{\circ} 18'}{\text{sen } 40^{\circ} 10' \text{ sen } 61^{\circ} 34'}.$$

Nell'altro triangolo qrt rettangolo in t , del quale è noto

l'angolo $rq\tau = 55^\circ 58'$, sta

$$rt : rq :: \text{sen } rq\tau : 1 :: \text{sen } 55^\circ 58' : 1 :: 1 : \frac{1}{\text{sen } 55^\circ 58'};$$

quindi starà anche

$$\begin{aligned} rq : rm &:: \frac{1}{\text{sen } 55^\circ 58'} : \frac{\text{sen } 30^\circ 18'}{\text{sen } 40^\circ 10' \text{ sen } 61^\circ 34'} \\ &:: 1 : \frac{\text{sen } 55^\circ 58' \text{ sen } 30^\circ 18'}{\text{sen } 40^\circ 10' \text{ sen } 61^\circ 34'}. \end{aligned}$$

Dalla quale proporzione, cercati i logaritmi dei fattori del quarto termine, si ha

$$rq : rm :: 1 : 0,7371;$$

e questo stesso essendo il rapporto degli assi a e c , avremo

$$a : c :: 1 : 0,7371.$$

Con un simigliante calcolo si determinerebbe il rapporto fra gli assi a e b , o b e c , ove esistesse una faccetta su gli spigoli rm od rq .

FINE.